

附加入学数学测试
样题

1. 解方程式

$$||x^2 - 8x + 2| - x^2| = 2x + 2.$$

解答 $x \in \{0; 1; 2; 5\}$.

2. 解不等式

$$|\sqrt{-2x-4}-3| < |\sqrt{9+2x}-2| + 1.$$

解答 $x \in \left[-\frac{9}{2}; -\frac{13}{4}\right)$.3. 找出方程满足条件 $\frac{2\pi}{5} < x < \frac{6\pi}{7}$ 的所有解 $\cos 7x - \sqrt{3} \sin 7x = -\sqrt{2}$.解答 $x = \frac{35\pi}{84}, x = \frac{53\pi}{84}, x = \frac{59\pi}{84}$.

4. 解方程式

$$9 \cos 3x \cos 5x + 7 = 9 \cos x \cos 3x + 12 \cos 4x.$$

解答 $x = \pm \frac{1}{4} \arccos \frac{1}{6} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

5. 解不等式

$$3 \cos x > 2 \sin 2x.$$

解答 $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \pi - \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$.

6. 解方程式

$$2 \arcsin x = \arccos(2 - 5x).$$

解答 $x = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}$.

7. 解方程式

$$\log_{4x-x^2} x = \log_{12-3x} x.$$

解答 $x = 1, x = 3$.8. 在笛卡尔平面 Oxy 中画出几何区域, 其中的点满足不等式

$$\log_{x^2+y^2}(x+y) \geq 1.$$

求所得图形面积大小.

解答 1.

9. 解方程式

$$\log_{x+5}(x^3 + 10x^2 + 20x) \cdot \log_3(x+5) = \log_3(3x^2 + 8x).$$

解答 $x = -3$.

10. 解不等式

$$\log_{x+1} \frac{x^2 + 3x - 4}{2x - 4} \leq 1.$$

解答 $x \in (-1; 0) \cup (0; 1) \cup [5; +\infty)$.

11. 解方程式

$$3\sqrt{x+4} = 5 - 2|x+2|.$$

解答 $x = -\frac{15}{4}, x = -3, x = -\frac{7}{4}.$

12. 解不等式

$$\sqrt{1-x} - \sqrt{x} > \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

解答 $x \in \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{6}\right).$

13. 解不等式

$$\frac{\sqrt{2-x} + 4x - 3}{x} \geq 2.$$

解答 $x \in (-\infty; 0) \cup [1; 2].$

14. 从地点A往地点C行驶一辆卡车，两地距离20千米。同时从位于A和C之间，距离点A为15千米的地点B，往地点C走着一个人，迎面从点C行驶来一辆汽车。多久卡车能追上行人？已知这件事发生在卡车和汽车相遇30分钟后。并且路途上行人和汽车相遇所需时间是卡车和汽车相遇时间的三分之一。

解答 45 分钟。

15. 求满足方程

$$(m^2 + n^2) \cdot (m + n - 3) = 2mn.$$

的所有整数对 $(m, n).$

解答 $(0, 0), (0, 3), (3, 0), (2, 2).$

16. 直角三角形斜边为 c ，一个锐角为 α 。此三角形中有两个相同半径的圆，每一个都同一个直角边，斜边和另一个圆相切。找出圆的半径。

解答 $\frac{c}{2 + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})}.$

17. BM 和 AL 分别是三角形 ABC 的中线和角平分线，三角形 AOM 与三角形 BOL 的面积比为 $5/9$ 。三角形 AOB 和四边形 $CMOL$ 的面积比等于多少？

解答 $\frac{15}{11}.$

18. 找出参数 a 的所有数值使得方程组有解

$$\begin{cases} y(ax+1) + 13x - a(y+1) = 0, \\ x - xy + |y+2| = 0. \end{cases}$$

解答 $a \in (-\infty; -10] \cup (1/2; +\infty).$

19. 立方体 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ 的边长为 a ，点 E 为边 DD_1 的中点。找出经过点 C 并垂直于直线 BE 的截面面积。

解答 $\frac{9a^2}{8}.$

20. 找出方程的所有整数解

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\left(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800}\right)\right) = 1.$$

解答 $x = -31, x = -7.$