

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ПЕРВОГО ТУРА УНИВЕРСИАДЫ

1. Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg}^3 2x \int_{0.1}^x \frac{3 dt}{3t^5 - t^4}.$$

2. При каких значениях параметра  $a$  матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 2 & a & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

имеет ранг, равный 2?

3. Мы знаем числа Фибоначчи: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... Они определяются рекуррентным соотношением:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, F_0 = F_1 = 1.$$

Напишите программу, которая находит последнюю цифру  $n$ -го числа Фибоначчи.

Во входном файле INPUT.TXT записано одно натуральное число  $n \leq 10^8$ . В выходной файл OUTPUT.TXT необходимо вывести одно число – последнюю цифру числа  $F_n$ . Язык программирования - C.

4. Вычислите значение выражения  $216 \cdot y(2) + 5$ , где  $y(x)$  – решение задачи Коши

$$x^2 y'' + 6xy' + 6y = 0, y(1) = 1, y'(1) = -2.$$

5. Найдите количество решений уравнения  $x \& y = x \rightarrow z$ .
6. Даны две урны: в первой 7 белых шаров и 3 чёрных, во второй 5 белых шаров и 5 чёрных. Одна из урн выбирается наугад (вероятность выбора каждой из урн  $1/2$ ) и оттуда вынимается шар. Шар белый. Какова вероятность, что была выбрана первая урна?
7. Аппроксимируйте вторую производную  $y''(0)$  функции  $y(x)$  в точке  $x = 0$  разностным отношением, используя значение  $y(x)$  в узлах трехточечного шаблона  $x_1 = -h/3$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 2h/3$ . Вычислите значение разностного отношения (приближенное значение  $y''(0)$ ) для  $y(x) = x^3$  при  $h = 0.03$ .
8. Найдите минимальное  $t > 0$ , при котором  $u(1, t) = u(1, 0)$ , если  $u(x, t)$  является решением задачи

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & x, t \in \mathbb{R}; \\ u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{2}, & u_t(x, 0) = 0, \quad x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Ответ округлите до сотых (второго знака после запятой).

**Ответы:**

1. 8.
2. 0,75.
4. 59.
5. 2.
6. 7/12.
7. 0,02.
8. 4.