

一. 单选题

1. 对于三角形 ABC , 已知 $AB = 5$, $AC = 6$, $BC = 7$. 求中线 BM 长度。()
- A. $2\sqrt{7}$ B. $4\sqrt{2}$ C. 5 D. $\sqrt{7}$.
2. 已知等腰梯形 $ABCD$ 包含一个内切圆, 其中 $AB = 7$, $CD = 3$. 求梯形 $ABCD$ 的面积。()
- A. $10\sqrt{21}$ B. $10\sqrt{6}$ C. $5\sqrt{21}$ D. 20.
3. 已知 $2 < \alpha < 3$, $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$. 求 $\cos \alpha$ 。()
- A. $2\sqrt{2}/3$ B. $1/3$ C. $-1/3$ D. $-2\sqrt{2}/3$.
4. 点 A 位于以 O 为圆心, 半径为5的圆外, 过点 A 的直线 l 与该圆相交于点 B 和 C , $AB = 4$, $AC = 6$. 求 AO 。()
- A. 8 B. 7 C. 4 D. $\sqrt{41}$.
5. 已知 $\sin(\alpha - \beta) = 1/5$, $\sin(\alpha + \beta) = 1/6$. 求 $\cos 2\alpha - \cos 2\beta$ 。()
- A. $1/30$ B. $-1/15$ C. $1/15$ D. $-1/4$.
6. 正四棱锥 $S - ABCD$ 的底边长度为4, 高 SH 为1. 求直线 AB 和 CS 夹角的余弦值。()
- A. $1/3$ B. $-2/3$ C. $-1/2$ D. $2/3$.
7. 已知钝角三角形 ABC 的面积是 $3\sqrt{15}$, $AB = 4$, $BC = 6$. 求三角形内切圆的半径。()
- A. 3 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{15}/3$ D. $\sqrt{15} - \sqrt{6}$.
8. $ABCD$ 为菱形. 令 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$. 求 \overrightarrow{BD} 。()
- A. $\vec{b} - 2\vec{a}$ B. $\vec{b} + 2\vec{a}$ C. $2\vec{b} - \vec{a}$ D. $\vec{a} - \vec{b}$.
9. 四边形 $ABCD$ 内接于一个圆, $\angle ABD = 72^\circ$, $\angle BCD = 48^\circ$, $AB = BC$. 求直线 AC 和 BD 的夹角。()
- A. 60° B. 48° C. 72° D. 108° .
10. 找出由以下不等式定义在平面 Oxy 上的图形 F 的面积。()
- $$y \geq |x - 5| + 5, \quad (x - 4)^2 + (y - 6)^2 \leq 4.$$
- A. 2π B. $2\pi - 1$ C. $3\pi/2$ D. $1 + 3\pi/2$.

11. 计算 $\sqrt{|40\sqrt{3} - 73|} - \sqrt{40\sqrt{3} + 73}$ 。()

A. -10 B. 10 C. $-8\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3} - 10$.

12. 比较 a, b, c 三个数的大小, $a = \sqrt{5} + \sqrt{13}$, $b = \sqrt{2} + \sqrt{23}$, $c = 6$ 。()

A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$.

13. 求方程 $3|x + 1| = 2 + x$ 所有根的和。()

A. $-\frac{7}{4}$ B. $-\frac{5}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\sqrt{3}$.

14. 解不等式 $x \leq \frac{3x - 2}{x + 4}$ 。()

A. $x \in (-\infty, -5]$ B. $x \in (-\infty, -4]$ C. $x \in (-1 - \sqrt{37}, -4)$ D. $x \in (-\infty, -4)$.

15. 求解方程 $\sqrt{-3x - 2} = x + 3$ 。()

A. $x = \frac{\sqrt{37} + 9}{2}$ B. $x = \frac{-\sqrt{37} + 9}{2}$ C. $x = \frac{\sqrt{37} - 9}{2}$ D. $x = \frac{-\sqrt{37} - 9}{2}$.

16. 对于方程组

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ x - y = a, \end{cases}$$

有多少个参数 a , 使得该方程组有唯一解?()

A. 2 B. 4 C. 1 D. 无穷多个.

17. 一个等差数列的第七项是29, 且前八项之和是172, 求该等差数列的第二项。()

A. 11 B. 14 C. 3 D. 32.

18. 求解方程 $\log_x \sqrt{2} - \log_{x^2} 8 = \frac{1}{2}$ 。()

A. $x = \frac{1}{2}$ B. $x = 2$ C. $x = 4$ D. $x = \frac{1}{4}$.

19. 不等式 $9^x + 4 \cdot 3^{x+1} < 64$ 有多少个正整数解?()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 没有.

20. 解不等式 $\log_3(x + 1) + \log_3(x - 3) \leq 2$ 。()

A. $x \in [1 - \sqrt{13}, 1 + \sqrt{13}]$ B. $x \in (-1, +\infty)$ C. $x \in (3, 1 + \sqrt{13}]$ D. $x \in (-1, 3)$.

二.计算题

21. 找出所有实数 a 使得下列结论成立：有且仅有两个不同的实数 b_1, b_2 , 使得下列关于 x 的方程在 b 等于 b_1 及 b_2 时均无解。

$$a + \frac{1}{x} = b(|b - 3| + 1)$$

答案: $a = 3, a = 4$ 。

22. 在直角梯形 $ABCD$ 中给出两个圆，角 A 为直角。其中一个圆与斜边和较大的底边 AD 相切，另一个圆和斜边、较小的底边以及第一个圆相切。若 $|AB| = 9$, $\cos \widehat{ADC} = 24/25$, 求两个圆的半径。

答案: 1 和 4.

23. 求出方程的所有整数解。

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\left(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800}\right)\right) = 1.$$

答案: $x = -31, x = -7$.